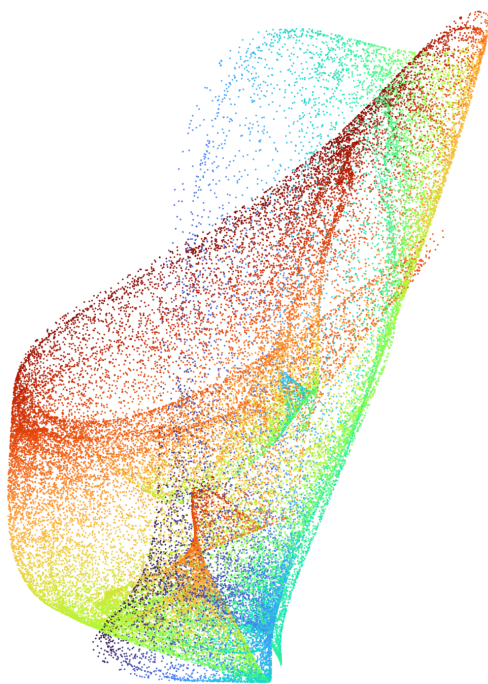

Explorador Sprott en Chaos Toolbox

Manual pedagógico ampliado de uso, álgebra y algoritmos

Codificación algebraica, mapas, flujos, visualización y análisis reproducible



Este manual acompaña a una reimplementación educativa independiente inspirada en *Strange Attractors: Creating Patterns in Chaos*. Enseña a leer un código, reconstruir su sistema, simularlo, juzgar con prudencia la evidencia numérica y documentar una figura reproducible. No contiene software, textos, diccionarios ni imágenes históricas de Julien C. Sprott.

Índice

Organización y alcance del manual	1
1 Mapas, flujos y trayectorias calculadas	1
2 Códigos y ecuaciones polinomiales	3
3 Decodificación de códigos compactos Sprott	5
3.1 Secuencia de decodificación del código	5
3.2 Normalización y selección de familia	6
3.3 Conversión de caracteres en coeficientes	6
4 Base polinomial, conteo y matriz de coeficientes	7
4.1 Número de monomios $\binom{D+O}{O}$ monomios	7
4.2 Orden exacto de los monomios	8
4.3 Matriz de coeficientes del sistema	8
5 Mapa, flujo e integración numérica	10
5.1 Actualización de mapas e integración de flujos	10
5.2 Selección del motor numérico	10
5.3 Euler explícito	11
5.4 Heun o trapecio explícito	11
5.5 Runge–Kutta clásico de cuarto orden	11
6 Familias especiales Y, Z y signos	13
7 Transitorio, filtros de búsqueda y diagnóstico	14
7.1 Estados de los filtros de búsqueda	14
7.2 Cómo recorre códigos la búsqueda	16
7.3 Estimador rápido del máximo exponente de Lyapunov	16
8 Variables y proyecciones de las gráficas	17
9 Los diecinueve flujos clásicos Sprott A–S	19
10 Prácticas con flujos, mapas y proyecciones 4D	20
10.1 Código AWMA y trayectoria calculada	21
10.2 Códigos AMMM y AMYM para validación algebraica	22
10.3 Mapa 4D: ecuaciones y proyección	22
11 Archivos de exportación y datos de reproducción	23
11.1 Campos exportados en JSON y CSV	23
11.2 Registro manual de procedencia	24
12 Visualización de órbitas multidimensionales	24
13 Archivos .DIC, búsqueda y sensibilidad	27
14 Registro y exportación de resultados	29

Uso del manual del Explorador Sprott

El Explorador Sprott recupera una idea especialmente fértil para la enseñanza: una ecuación sencilla puede producir una dinámica difícil de anticipar, y una computadora permite pasar de la conjetura a la observación sin ocultar el razonamiento matemático. La propuesta original de Sprott avanza precisamente de esta forma: comienza con la iteración, desarrolla una notación compacta para familias de ecuaciones, organiza una búsqueda computacional y después enriquece la representación mediante proyecciones, profundidad, bandas y color [1]. Chaos Toolbox conserva ese itinerario, pero lo presenta en una interfaz contemporánea y genera sus propios cálculos y figuras.

La ventana distribuye ese recorrido entre subpestañas con funciones complementarias: «Inicio» orienta el primer acceso; «Teoría» abre el manual general de conceptos; «Tutorial» muestra este manual; «Códigos» decodifica la cadena y reconstruye sus ecuaciones; «Exploración» reúne simulación, búsqueda, diagnóstico y estilo; «Ejemplos» presenta casos sintéticos y archivos .DIC aportados por la persona usuaria; «Galería» conserva imágenes y metadatos locales; «Inventario local» sólo indexa referencias del disco y puede enviarlas a «Ejemplos», pero no persiste candidatos de búsqueda; y «Backend explicado» genera una explicación didáctica del código y permite exportarla en Markdown. Esta división ayuda a distinguir orientación, teoría, cálculo, procedencia y registro sin confundir una vista de la interfaz con evidencia matemática.

La lectura se organiza como una secuencia de preguntas, conceptos y controles. Cada capítulo enlaza una pregunta matemática con una acción visible en la interfaz. Primero se distingue un mapa de un flujo; después se cuenta la base de monomios que cabe dentro de un código; más adelante se decodifica, se simula y se decide qué información puede conservar una proyección. Sólo entonces se introduce la búsqueda automática, la estimación rápida de sensibilidad y la exportación. Ese orden evita una confusión frecuente: una figura atractiva puede motivar una investigación y requiere el procedimiento de evidencia que certifique la existencia de un atractor ni el carácter caótico de la dinámica.

Secuencia conceptual

La secuencia conceptual es

modelo $\longrightarrow$ base algebraica $\longrightarrow$ código $\longrightarrow$ órbita
 $\longrightarrow$ representación $\longrightarrow$ diagnóstico $\longrightarrow$ reproducibilidad.

Conviene completar los laboratorios en ese orden. En cada uno se pide anticipar un resultado antes de pulsar un botón: la predicción obliga a separar lo que sabemos por la ecuación de lo que apenas veremos en una trayectoria finita.

La notación y las interpretaciones generales se apoyan en el tratamiento geométrico de los sistemas dinámicos de Devaney y Strogatz [7, 8]. La gramática, la búsqueda y el lenguaje visual se estudian a partir del libro de Sprott y de sus páginas oficiales [1, 2]. Todo el texto está redactado como síntesis propia; las capturas y los atractores incluidos fueron generados con Chaos Toolbox.

1 Mapas, flujos y trayectorias calculadas

Lectura complementaria¹

¹**Lectura complementaria.** Julien C. Sprott, *Strange Attractors: Creating Patterns in Chaos*, capítulos 1–2 y 6; Steven H. Strogatz, *Nonlinear Dynamics and Chaos*, capítulos 9–12.

Un sistema dinámico describe cómo cambia un estado. Si el tiempo avanza por saltos, el modelo es un mapa

$$x_{n+1} = F(x_n), \quad x_n \in \mathbb{R}^D,$$

y su objeto básico es la órbita $x_0, x_1, x_2, \dots$. Si el tiempo es continuo, el modelo es un flujo

$$\dot{x} = f(x), \quad x(t) \in \mathbb{R}^D,$$

y la computadora debe aproximar la curva mediante un paso h . Esta diferencia expresa meramente terminológica. En un mapa, una iteración pertenece a la definición del modelo; en un flujo, un paso es una decisión numérica y debe comprobarse que reducirlo no cambia de forma sustancial la conclusión. La distinción entre dinámica discreta y continua atraviesa tanto la exposición de Devaney como la de Strogatz [7, 8].

El espacio de estados tiene una coordenada por variable. Una gráfica x - y muestra todo el estado sólo cuando $D = 2$; para $D \geq 3$ es una proyección. Por eso, antes de interpretar una nube de puntos, hay que preguntar qué coordenadas se omitieron, cuál fue el transitorio descartado y si la integración o iteración permaneció acotada. El Explorador convierte estas preguntas en controles explícitos y deja visibles los datos necesarios para responderlas.

Laboratorio 1. Comparación numérica de mapas y flujos

El propósito es distinguir el contrato numérico de una iteración y el de una ecuación diferencial, y relacionarlo con los controles visibles. Antes de simular, formula una predicción: un mapa produce puntos indexados por n , sin que *Paso h* ni *Metodo flujo* alteren su regla; en un flujo, el integrador aproxima $\dot{x} = f(x)$. Euler evalúa el campo una vez por paso y RK4 cuatro, pero ambos exigen comprobar qué ocurre al reducir h .

Con esa predicción escrita, recorre la interfaz en este orden:

1. Abre la pestaña principal «*Explorador Sprott*» y, dentro de ella, «*Codigos*». Sustituye el contenido por EWWAMMPMMMM y pulsa «*Decodificar*». Lee *tipo*, *dimensión*, *orden* y las ecuaciones reconstruidas.
2. Pulsa « $\rightarrow$ *Usar en Exploración*». En «*Exploracion*», fija *Iteraciones/pasos*=8000 y *Transitorio*=1000; después pulsa «*Simular y graficar*».
3. Regresa a «*Codigos*», pega QMMMMMMMMWMMWCMMMMMMWMMMMCMMMM, pulsa «*Decodificar*» y observa que ahora aparece un flujo tridimensional. Usa « $\rightarrow$ *Usar en Exploración*», elige el preset *Flujo 3D RK4 corto*, conserva $h = 0.01$ y pulsa «*Simular y graficar*».
4. Repite sólo el flujo con $h = 0.005$. Compara la geometría general y no una coincidencia punto a punto, porque los tiempos de muestreo y la acumulación del error han cambiado.

El primer código debe identificarse como mapa polinomial 2D de orden 2. El segundo reconstruye el flujo $\dot{x} = yz$, $\dot{y} = x - y$, $\dot{z} = 1 - xy$. La salida informa además si la trayectoria fue finita, divergente o no colapsada bajo los filtros rápidos. La etiqueta *map* recuerda que n forma parte del modelo; *flow* indica que el tiempo físico es $t = kh$, de modo que h pertenece a la aproximación. Una geometría parecida bajo los dos pasos aporta evidencia inicial de estabilidad numérica; una diferencia marcada obliga a reducir h antes de interpretar la figura.

El alcance debe mantenerse explícito: la evaluación de caos, atracción e invariancia requiere trayectorias, diagnósticos y refinamientos complementarios, y dos pasos cubren una parte de convergencia. Como extensión, construye una tabla con h , método, pasos, rangos y clasificación; explica por qué un mapa se compara por iteraciones y un flujo por tiempo físico total.

2 Códigos y ecuaciones polinomiales

Lectura complementaria²

La potencia pedagógica del Explorador aparece cuando el código deja de verse como una contraseña y se reconoce como una matriz de coeficientes. Para un sistema polinomial de dimensión D y grado total máximo O , cada componente se escribe como

$$F_i(x) = \sum_{j=1}^{N_m} c_{ij} m_j(x), \quad i = 1, \dots, D,$$

donde m_j recorre los monomios $x_1^{\alpha_1} \dots x_D^{\alpha_D}$ cuyos exponentes satisfacen $\alpha_1 + \dots + \alpha_D \leq O$. Contar esos monomios es un problema de combinaciones con repetición. Al añadir una variable auxiliar que representa el grado no utilizado, el procedimiento de “estrellas y barras” da

$$N_m = \binom{D+O}{O}, \quad N_c = D \binom{D+O}{O}.$$

La primera cantidad cuenta la base de una ecuación; la segunda cuenta todos los coeficientes del sistema.

Cuadro 1: Tamaño de la base polinomial y número total de coeficientes. En cada celda se muestra N_m/N_c .

Dimensión	$O = 2$	$O = 3$	$O = 4$	$O = 5$
$D = 1$	3/3	4/4	5/5	6/6
$D = 2$	6/12	10/20	15/30	21/42
$D = 3$	10/30	20/60	35/105	56/168
$D = 4$	15/60	35/140	70/280	126/504

Las familias polinomiales se organizan en bloques de cuatro letras. Dentro de cada bloque, las letras avanzan de orden 2 a orden 5. La misma letra nunca debe interpretarse aislada del lugar que ocupa: **M** al inicio selecciona un mapa cuadrático 4D, mientras que **M** después del primer carácter representa el coeficiente cero.

²**Lectura complementaria.** Julien C. Sprott, *Strange Attractors: Creating Patterns in Chaos*, secciones 2.3–2.4 y apéndices E–F.

Cuadro 2: Gramática de familias polinomiales A–X implementada por el Explorador.

Letras	Dinámica	Dimensión	Órdenes	Lectura
A–D	mapa polinomial	1	2–5	Una regla escalar por iteración.
E–H	mapa polinomial	2	2–5	Dos ecuaciones de actualización.
I–L	mapa polinomial	3	2–5	Tres ecuaciones de actualización.
M–P	mapa polinomial	4	2–5	Cuatro ecuaciones de actualización.
Q–T	flujo polinomial	3	2–5	Tres ecuaciones diferenciales.
U–X	flujo polinomial	4	2–5	Cuatro ecuaciones diferenciales.

Después de la familia, cada carácter χ se traduce mediante

$$c(\chi) = \frac{\text{ord}(\chi) - 77}{10}.$$

Así, A representa -1.2 , M representa 0 , P representa 0.3 , W representa 1.0 y Y representa 1.2 . La cuantización a décimas hace posible guardar muchos parámetros en una cadena corta, pero también recuerda que el código representa una familia numérica específica, no todas las ecuaciones posibles.

Laboratorio 2. Conteo de monomios y decodificación

Este laboratorio enlaza el conteo algebraico con la lectura de la cadena: primero se predice su longitud, después se detecta si está incompleta y sólo entonces se reconstruye y simula el mapa. Para $D = 2$ y $O = 2$, la base $(1, x, y, x^2, xy, y^2)$ contiene seis monomios; por tanto, dos ecuaciones necesitan doce coeficientes y trece caracteres al contar la familia. Para $D = 4$, $O = 2$, se esperan quince monomios, sesenta coeficientes y sesenta y un caracteres. Después separa

$$E \mid \text{WMWAMM} \mid \text{MPMMMM}.$$

La familia E fija dos ecuaciones cuadráticas y cada bloque de seis caracteres debe corresponder a esa base en el mismo orden.

La fórmula combinatoria valida la estructura con independencia de los valores. El primer bloque decodifica $(1, 0, 1, -1.2, 0, 0)$ y el segundo $(0, 0.3, 0, 0, 0, 0)$. Por tanto,

$$\begin{aligned} x_{n+1} &= 1 + y_n - 1.2x_n^2, \\ y_{n+1} &= 0.3x_n. \end{aligned}$$

Cada punto de la figura es el resultado de aplicar estas dos ecuaciones al punto anterior; el dibujo resulta de la integración de esa regla.

Ahora contrasta la deducción con el Explorador:

1. Calcula primero N_m , N_c y la longitud total para los casos 2D y 4D. En «*Codigos*», pega EWMWAMMPMMMM en *Codigo tipo Sprott* y pulsa «*Decodificar*».
2. Compara los doce coeficientes y las *Ecuaciones reconstruidas* con el cálculo anterior. Si no coinciden, revisa la posición de cada monomio antes de seguir. Sustituye luego el código por

MSLMFPHPIEFTPJJLOJNNTQQIINJUKJUUPPRMFIRIMELNKERJJIGJSGFLLMSU; verifica sus sesenta coeficientes y observa la advertencia al retirar temporalmente su último carácter.

- Repón el carácter, vuelve al código 2D y pulsa «→ *Usar en Exploración*»; establece 12000 iteraciones, descarta 1500 de transitorio y pulsa «*Simular y graficar*».
- Cambia únicamente la *Proyeccion* o el estilo, pulsa «*Aplicar estilo*» y confirma que las ecuaciones y la trayectoria almacenada no se recalculan.

El resultado esperado hace visible la gramática: el primer carácter fija la familia y los restantes llenan, por filas, la matriz de coeficientes. Una cadena truncada produce una advertencia de relleno con ceros; con el código completo, el panel reproduce las dos ecuaciones 2D y genera su órbita postransitoria. Cambiar la paleta vuelve a dibujar los mismos datos, pues la geometría procede de la órbita y el color, el tamaño y la opacidad son decisiones de representación. Esta separación entre simulación y estilo es esencial para la reproducibilidad.

El conteo valida la longitud, no cada carácter: rellenar con ceros no recupera el modelo pretendido, y códigos cercanos pueden producir dinámicas muy distintas. Como extensión, demuestra que un sistema cúbico 3D necesita $3\binom{6}{3} = 60$ coeficientes, identifica sus letras de mapa y flujo, modifica un carácter del código 2D, reconstruye la ecuación y describe el cambio como una perturbación paramétrica concreta.

3 Decodificación de códigos compactos Sprott

Este capítulo desarrolla con todos los pasos intermedios el contrato matemático y algorítmico que usa el Explorador Sprott. La cadena visible en la interfaz es una representación compacta de una familia de ecuaciones y de sus coeficientes. El recorrido completo es

texto de entrada → normalización → familia → coeficientes
 → base de monomios → matriz → mapa o flujo
 → simulación → descarte transitorio → filtros
 → estimación rápida → representación → registro reproducible.

Cada flecha corresponde a una decisión concreta del programa. Conocerla permite distinguir el sistema matemático, la aproximación numérica, el diagnóstico heurístico y el estilo de la figura.³

Alfabetos de familia y sistemas clásicos

Las letras de familia A–X del código compacto clasifican mapas y flujos polinomiales por dimensión y grado. Los nombres clásicos *Sprott A*, *Sprott B*, ..., *Sprott S* designan diecinueve flujos tridimensionales específicos de la literatura. Por ejemplo, una cadena que comienza con Q pertenece a la familia de *flujos polinomiales 3D cuadráticos*. El sistema clásico Sprott Q se identifica mediante su ecuación y coeficientes propios. Esta distinción se mantendrá en todas las tablas y actividades.

3.1 Secuencia de decodificación del código

- Normalizar la cadena: mayúsculas y eliminación de espacios, guiones y subrayados.

³Lectura complementaria: J. C. Sprott, *Strange Attractors: Creating Patterns in Chaos* (1993), cap. 2, *Wiggly Lines*, en especial 2.4 *The Computer Search*, y cap. 3, *Pieces of Planes*.

2. Usar el primer carácter para consultar la familia, dimensión, grado, tipo y número esperado de coeficientes.
3. Decodificar los caracteres restantes con $c = (\text{ord} - 77)/10$ y conservar las advertencias.
4. Si la familia es polinomial, construir la base ordenada de monomios, completar con ceros o truncar si la longitud no coincide, y acomodar los coeficientes por filas en C . Si es especial, instanciar su regla explícita; Z se detiene como pendiente.
5. Fijar $\mathbf{x}_0 = (0.1, \dots, 0.1)$.
6. Para un mapa, iterar F . Para un flujo, aproximar $\dot{\mathbf{x}} = F(\mathbf{x})$ con el método y h elegidos. El backend C se intenta en las familias polinomiales y Python actúa como respaldo; las especiales usan Python.
7. Detectar valores no finitos o cruce del umbral durante la simulación y conservar el estado de terminación disponible.
8. Descartar por índice las primeras N_{tr} muestras.
9. Aplicar a la cola los filtros de divergencia, punto fijo, tamaño mínimo, dispersión y repetición redondeada, en ese orden.
10. En la tabla de búsqueda, si sobrevive como `candidate_chaotic`, calcular el Lyapunov rápido de 350 pasos mediante dos trayectorias.
11. Eliminar filas no finitas para la representación, submuestrear si hace falta, proyectar, calcular la variable de color y, si se pidió, cuantizarla en bandas.
12. Exportar por separado imagen, metadatos y trayectoria; completar manualmente los datos de procedencia que el exportador omite.

3.2 Normalización y selección de familia

El analizador convierte el texto a mayúsculas y elimina espacios, guiones y subrayados. Así, una escritura con separadores visuales se reduce a una sola cadena. El primer carácter de la cadena limpia selecciona la familia. Los caracteres posteriores se leen como coeficientes. Conviene conservar siempre el código original en el informe, porque la normalización puede hacer que dos escrituras distintas produzcan la misma cadena interna.

Cuando el primer carácter queda fuera de la tabla implementada, la familia recibe el estado `unknown`. Una familia reconocida con semántica numérica pendiente puede decodificarse como registro de lectura; Z ilustra ese estado actual. Una advertencia de longitud exige comprobar la transcripción original: rellenar un coeficiente ausente con cero produce un sistema bien definido y fija una definición distinta de la fuente que se pretendía copiar.

3.3 Conversión de caracteres en coeficientes

Para cada carácter de coeficiente χ , el Explorador aplica

$$c(\chi) = \frac{\text{ord}(\chi) - 77}{10}.$$

Por tanto, M representa cero y cada posición alfabética cambia el valor en una décima. La tabla siguiente contiene el alfabeto A–Z. El decodificador interno admite otros caracteres ASCII imprimibles, pero para escritura pedagógica y generación sintética conviene usar este alfabeto explícito.

Cuadro 3: Correspondencia alfabética de coeficientes.

Carácter	Valor	Carácter	Valor
A	-1.2	N	0.1
B	-1.1	O	0.2
C	-1.0	P	0.3
D	-0.9	Q	0.4
E	-0.8	R	0.5
F	-0.7	S	0.6
G	-0.6	T	0.7
H	-0.5	U	0.8
I	-0.4	V	0.9
J	-0.3	W	1.0
K	-0.2	X	1.1
L	-0.1	Y	1.2
M	0.0	Z	1.3

La rutina de generación aleatoria no utiliza todo ese intervalo. Para cada coeficiente sortea uno de los diecisiete valores

$$\{-0.8, -0.7, \dots, 0.7, 0.8\},$$

que corresponden a E-U. La semilla reinicializa el generador: el botón «*Generar código*» produce el mismo código cada vez que se pulsa con la misma configuración y semilla; durante «*Buscar candidato*», una sola inicialización genera una secuencia reproducible de intentos.

4 Base polinomial, conteo y matriz de coeficientes

4.1 Número de monomios $\binom{D+O}{O}$ monomios

Sea $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_D)$ y sea O el grado máximo. Un monomio multivariado tiene la forma

$$\mathbf{x}^\alpha = x_1^{\alpha_1} \cdots x_D^{\alpha_D}, \quad \alpha_i \in \mathbb{N}_0, \quad |\alpha| = \sum_{i=1}^D \alpha_i \leq O.$$

Para contar esos monomios se introduce una variable de holgura $\alpha_{D+1} = O - \sum_{i=1}^D \alpha_i$. Entonces

$$\alpha_1 + \cdots + \alpha_D + \alpha_{D+1} = O$$

es una distribución de O unidades entre $D + 1$ casillas. El argumento de estrellas y barras da

$$N_{\text{mon}}(D, O) = \binom{D+O}{O}.$$

Equivalentemente, hay $\binom{D+r-1}{r}$ monomios de grado exactamente r ; la identidad del palo de hockey produce

$$\sum_{r=0}^O \binom{D+r-1}{r} = \binom{D+O}{O}.$$

Como cada una de las D ecuaciones tiene un coeficiente por monomio, el número total de coeficientes es

$$N_c(D, O) = D \binom{D+O}{O}, \quad L_{\text{código}} = 1 + N_c(D, O).$$

El uno adicional corresponde a la letra de familia.⁴

4.2 Orden exacto de los monomios

El orden fija qué carácter multiplica a qué término. Primero se agrupan los monomios por grado total $r = 0, 1, \dots, O$. Dentro de cada grado, el exponente de x_1 recorre los valores posibles en orden descendente; para cada valor se repite recursivamente la regla con x_2 , y así sucesivamente. Los casos de uso más frecuentes son

$$\begin{aligned} (D, O) = (1, 2) : & \quad 1, x, x^2, \\ (D, O) = (2, 2) : & \quad 1, x, y, x^2, xy, y^2, \\ (D, O) = (3, 2) : & \quad 1, x, y, z, x^2, xy, xz, y^2, yz, z^2, \\ (D, O) = (4, 2) : & \quad 1, x, y, z, w, x^2, xy, xz, xw, y^2, yz, yw, z^2, zw, w^2. \end{aligned}$$

Para grados superiores se conserva la misma regla. Por ejemplo, en dos variables, el bloque cúbico es x^3, x^2y, xy^2, y^3 . Esta convención debe anotarse al intercambiar códigos con programas que usan orden lexicográfico o grevlex.

4.3 Matriz de coeficientes del sistema

Definamos el vector de base

$$\phi_{D,O}(\mathbf{x}) = (\mathbf{x}^{\alpha^{(1)}}, \dots, \mathbf{x}^{\alpha^{(N_{\text{mon}})}})^T.$$

Los caracteres se decodifican de izquierda a derecha y se acomodan por filas en

$$C = \begin{pmatrix} c_{11} & \cdots & c_{1N_{\text{mon}}} \\ \vdots & & \vdots \\ c_{D1} & \cdots & c_{DN_{\text{mon}}} \end{pmatrix}.$$

El campo o mapa polinomial es, en ambos casos,

$$F(\mathbf{x}) = C \phi_{D,O}(\mathbf{x}).$$

Lo que cambia es la interpretación: para un mapa, $\mathbf{x}_{n+1} = F(\mathbf{x}_n)$; para un flujo, $\dot{\mathbf{x}} = F(\mathbf{x})$. Una cadena de longitud incorrecta recibe una advertencia en el analizador. En las familias polinomiales, los coeficientes faltantes se completan con cero y los sobrantes se ignoran al formar C ; por reproducibilidad, conviene registrar una tolerancia explícita.

⁴Lectura complementaria: Sprott, *Strange Attractors* (1993), cap. 3, *Pieces of Planes*, en particular 3.1 *A Quadratic Map in Two Dimensions*, y apéndice E, *Summary of Equations*.

Cuadro 4: Familias polinomiales A–X. D : dimensión; O : grado; N_c : coeficientes; L : longitud total de la cadena.

Familia	Interpretación	D	O	N_c	L
A	mapa 1D	1	2	3	4
B	mapa 1D	1	3	4	5
C	mapa 1D	1	4	5	6
D	mapa 1D	1	5	6	7
E	mapa 2D	2	2	12	13
F	mapa 2D	2	3	20	21
G	mapa 2D	2	4	30	31
H	mapa 2D	2	5	42	43
I	mapa 3D	3	2	30	31
J	mapa 3D	3	3	60	61
K	mapa 3D	3	4	105	106
L	mapa 3D	3	5	168	169
M	mapa 4D	4	2	60	61
N	mapa 4D	4	3	140	141
O	mapa 4D	4	4	280	281
P	mapa 4D	4	5	504	505
Q	flujo 3D	3	2	30	31
R	flujo 3D	3	3	60	61
S	flujo 3D	3	4	105	106
T	flujo 3D	3	5	168	169
U	flujo 4D	4	2	60	61
V	flujo 4D	4	3	140	141
W	flujo 4D	4	4	280	281
X	flujo 4D	4	5	504	505

Decodificación manual del ejemplo tipo Hénon

Use el código EWWAMMPMMMM. La letra E indica un mapa cuadrático 2D y los doce caracteres restantes forman dos filas de seis:

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & -1.2 & 0 & 0 \\ 0 & 0.3 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Con $\phi_{2,2} = (1, x, y, x^2, xy, y^2)^\top$, resulta

$$x_{n+1} = 1 + y_n - 1.2x_n^2, \quad y_{n+1} = 0.3x_n.$$

Fije $\mathbf{x}_0 = (0.1, 0.1)$, $N = 28000$, descarte 1200 iteraciones y use umbral de divergencia 10^9 . Grafique x_n contra y_n . El dibujo y los diagnósticos son evidencia numérica para esa configuración, no una prueba global de caos.

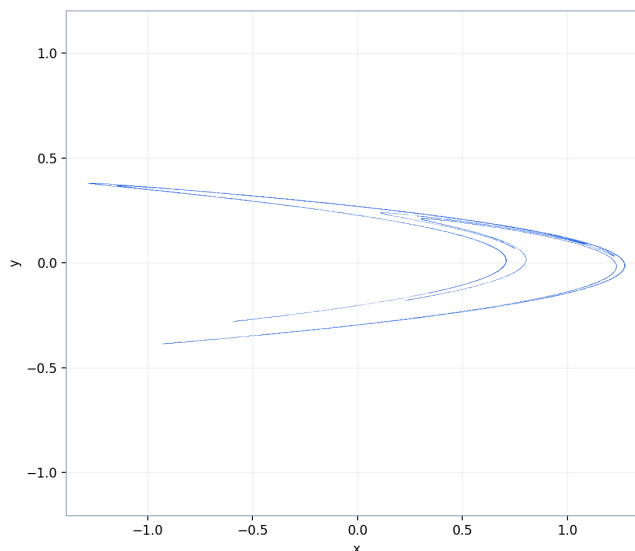


Figura 1: Referencia visual de un mapa tipo Hénon generada con el mismo software. Cada punto de la nube es la imagen del anterior. Observe el plegamiento de las ramas y compárelo con el caso decodificado, cuyos coeficientes pueden cambiar la apertura, el espesor y la región visitada.

5 Mapa, flujo e integración numérica

5.1 Actualización de mapas e integración de flujos

En un mapa, una evaluación de F es ya un paso completo:

$$\mathbf{x}_{n+1} = F(\mathbf{x}_n).$$

No intervienen h , Euler ni Runge–Kutta. En un flujo, en cambio,

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = F(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0,$$

y el programa aproxima la solución en $t_n = nh$. Cambiar h o el integrador no cambia la ecuación diferencial, pero sí cambia la trayectoria discreta que se usa para diagnosticarla y dibujarla.

La condición inicial de la interfaz es fija:

$$\mathbf{x}_0 = (0.1, \dots, 0.1).$$

Por ello, una repetición manual debe registrar al menos código, número de pasos, transitorio, umbral de divergencia y, para flujos, h y método. En el motor polinomial de Python, solicitar N pasos produce $N + 1$ estados al incluir $\mathbf{x}_0$; las familias especiales producen N estados porque ejecutan las actualizaciones $n = 1, \dots, N - 1$. Esta diferencia de conteo importa al comparar exportaciones línea por línea.

5.2 Selección del motor numérico

La interfaz solicita primero el backend nativo C para familias polinomiales. En mapas pasa un paso interno $h = 1$; en flujos transmite el h elegido y la clave de Euler, Heun o RK4. Si el motor nativo produce un error de disponibilidad o de interfaz, la ejecución vuelve al algoritmo Python. Ambos reservan $N + 1$

estados para N pasos polinomiales, junto con un vector temporal o de índices. Las familias especiales no entran al backend C y se calculan con su simulador Python. El resultado interno conserva `backend` y `native_status`, pero, como se explica al final, el exportador JSON ordinario todavía no los incorpora.

5.3 Euler explícito

Integrando exactamente en $[t_n, t_n + h]$,

$$\mathbf{x}(t_n + h) = \mathbf{x}(t_n) + \int_{t_n}^{t_n+h} F(\mathbf{x}(s)) ds.$$

Euler aproxima el integrando por su valor izquierdo:

$$\boxed{\mathbf{x}_{n+1} = \mathbf{x}_n + hF(\mathbf{x}_n)}.$$

Su error local es $O(h^2)$ y su error global es $O(h)$. Es barato, pero un h grande puede fabricar inestabilidad, borrar detalles o producir divergencia numérica incluso si la órbita continua de interés permanece acotada.

5.4 Heun o trapecio explícito

Heun predice primero con Euler y promedia las pendientes de los dos extremos:

$$\begin{aligned} \mathbf{k}_1 &= F(\mathbf{x}_n), \\ \tilde{\mathbf{x}} &= \mathbf{x}_n + h\mathbf{k}_1, \\ \mathbf{k}_2 &= F(\tilde{\mathbf{x}}), \\ \boxed{\mathbf{x}_{n+1}} &= \mathbf{x}_n + \frac{h}{2}(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2). \end{aligned}$$

Tiene error local $O(h^3)$ y global $O(h^2)$. El motor admite este método, aunque la selección ordinaria de la interfaz expone actualmente Euler y RK4. Para usar Heun en un experimento automatizado hay que invocar el motor y registrarlo explícitamente; cada figura se interpreta con la opción que declara su cálculo.

5.5 Runge–Kutta clásico de cuarto orden

RK4 muestrea cuatro pendientes:

$$\begin{aligned} \mathbf{k}_1 &= F(\mathbf{x}_n), \\ \mathbf{k}_2 &= F\left(\mathbf{x}_n + \frac{h}{2}\mathbf{k}_1\right), \\ \mathbf{k}_3 &= F\left(\mathbf{x}_n + \frac{h}{2}\mathbf{k}_2\right), \\ \mathbf{k}_4 &= F(\mathbf{x}_n + h\mathbf{k}_3), \\ \boxed{\mathbf{x}_{n+1}} &= \mathbf{x}_n + \frac{h}{6}(\mathbf{k}_1 + 2\mathbf{k}_2 + 2\mathbf{k}_3 + \mathbf{k}_4). \end{aligned}$$

Su error local es $O(h^5)$ y el global es $O(h^4)$ bajo las hipótesis usuales de regularidad. El orden alto requiere comprobación de exactitud mediante repetición con $h/2$, comparar rangos, proyecciones y diagnósticos, y ampliar el horizonte físico cuando sea necesario. Con N pasos, el horizonte de un flujo es

aproximadamente $T = Nh$; duplicar N sin cambiar h extiende el tiempo, mientras reducir h con N fijo acorta el horizonte.⁵

Prueba práctica de convergencia

Para un flujo, compare RK4 con h , $h/2$ y $h/4$ manteniendo el mismo horizonte T , por lo que N debe duplicarse cada vez. Las dos trayectorias caóticas coincidan punto a punto durante mucho tiempo. Sí se espera consistencia cualitativa y estadística en proyecciones, rangos y diagnósticos después de un transitorio comparable en tiempo físico.

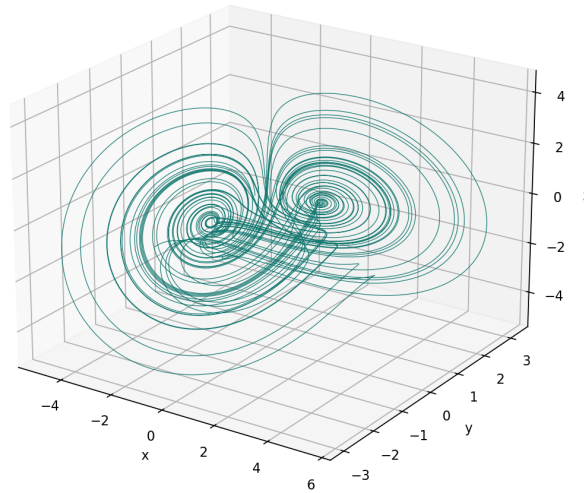


Figura 2: Flujo tridimensional de cinco términos integrado con RK4. A diferencia de la nube de un mapa, aquí las muestras consecutivas aproximan una curva continua. Observe los giros alrededor de dos regiones y los cruces aparentes que sólo una vista tridimensional permite separar.

⁵Lectura complementaria: Sprott, *Strange Attractors* (1993), cap. 6, *Fields and Flows*, especialmente 6.3 *Finite Differences*; J. C. Sprott, *Elegant Chaos: Algebraically Simple Chaotic Flows* (2010), cap. 1, *Fundamentals*.

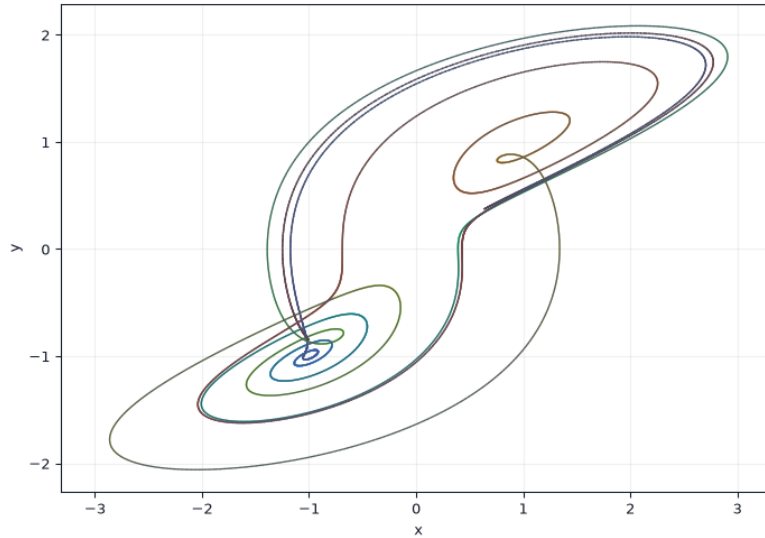


Figura 3: Proyección x - y del mismo flujo calculada con Euler y fondo blanco. La figura sirve como control numérico: observe la geometría gruesa y repita con RK4, $h/2$ y el mismo horizonte físico antes de atribuir a la ecuación una diferencia que pudiera proceder del integrador.

6 Familias especiales Y, Z y signos

En esta sección x^+ significa el siguiente valor de un mapa, no una derivada. Las seis entradas especiales, incluida la clave barra inversa ($\backslash$), se decodifican como familias 4D. En cinco de ellas, z y w son variables auxiliares de visualización: $z^+ = (x^+)^2 + (y^+)^2$ y

$$w^+ = \begin{cases} (n - 1000)/(N_{\text{máx}} - 1000), & N_{\text{máx}} > 1000, \\ 0, & N_{\text{máx}} \leq 1000. \end{cases}$$

El valor de w puede ser negativo durante los primeros mil pasos; representa un indicador de progreso y se distingue del tiempo físico ni una cuarta ecuación autónoma.

Cuadro 5: Familias especiales: longitud, ecuaciones y estado de implementación.

Clave	L	Ecuaciones principales	Estado actual
Y	11	$x^+ = a_0 + a_1x + a_2y + a_3 x + a_4 y $, $y^+ = a_5 + a_6x + a_7y + a_8 x + a_9 y $ ba.	Implementada; 10 coeficientes.
Z	11	Está etiquetada como familia lógica AND/OR, pero no hay ecuaciones numéricas asociadas en el registro actual.	Reconocida con 10 coeficientes, pero se- mántica pendiente; no simulable.
[	15	$x^+ = a_0 + a_1x + a_2y + a_3 x ^{a_4} + a_5 y ^{a_6}$, $y^+ = a_7 + a_8x + a_9y + a_{10} x ^{a_{11}} + a_{12} y ^{a_{13}}$; $z^+ = (x^+)^2 + (y^+)^2$, w^+ co- mo arriba.	Implementada; 14 coeficientes. Poten- cias negativas en ba- se cero divergen.

Clave	L	Ecuaciones principales	Estado actual
\	19	$x^+ = a_0 + a_1x + a_2y + a_3 \sin(a_4x + a_5) + a_6 \sin(a_7y + a_8),$ $y^+ = a_9 + a_{10}x + a_{11}y + a_{12} \sin(a_{13}x + a_{14}) + a_{15} \sin(a_{16}y + a_{17})$; $z^+ =$ $(x^+)^2 + (y^+)^2, w^+$ como arriba.	Implementada; 18 coeficientes.
]	7	$\theta = 2\pi/(13+10a_5), q = x + a_1 \sin(a_2y + a_3);$ $z^+ = (x^+)^2 + (y^+)^2, w^+$ como arriba.	$x^+ = 10a_0 + q \cos \theta + y \sin \theta,$ $y^+ = 10a_4 - q \sin \theta + y \cos \theta$; Implementada; 6 coeficientes. Si $ 13 + 10a_5 < 10^{-9}$, usa $\theta = 0$ y emite advertencia.
~	10	$x^+ = x + 0.1a_0y,$ $y^+ = y + 0.1(a_1x + a_2x^3 + a_3x^2y + a_4xy^2 + a_5y + a_6y^3 + a_7 \sin z),$; w^+ $z^+ = [z + 0.1(a_8 + 1.3)] \bmod 2\pi$ como arriba.	Implementada; 9 coeficientes; mapa de oscilador forzado.

Estas familias se simulan en Python y comprueban divergencia componente a componente: se detienen si algún $|x_i|$ supera el umbral. En las familias polinomiales el clasificador utiliza la norma euclidiana. Esa diferencia puede afectar casos cercanos al umbral. Además, una longitud corta en una familia especial puede provocar un error de índices: la advertencia del analizador no garantiza aquí el relleno operativo. Use siempre la longitud exacta de la tabla.

Sobre el significado científico de una figura especial

Las variables z y w auxiliares pueden revelar radios, transitorios o progreso de iteración y conservan la naturaleza planar del mapa; su lectura requiere el sistema dinámico autónomo 4D. Tampoco una proyección vistosa demuestra caos, atracción global ni la estructura completa de una cuenca. Para esas afirmaciones hacen falta diagnósticos y un análisis de múltiples condiciones iniciales y cuencas, fuera del alcance del explorador actual.

Para ampliar estas formas no polinomiales, véase la ruta siguiente.⁶

7 Transitorio, filtros de búsqueda y diagnóstico

7.1 Estados de los filtros de búsqueda

Si la trayectoria calculada es $\mathcal{T} = (\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_1, \dots)$ y el transitorio elegido es N_{tr} , el programa define

$$\mathcal{T}_{\text{post}} = \mathcal{T}[N_{\text{tr}} :].$$

La clasificación, las estadísticas y la figura ordinaria usan esta cola. El transitorio no cambia la dinámica ni vuelve acotada una órbita: solamente impide que el arranque domine el diagnóstico y la gráfica. Para mapas se expresa en iteraciones; para flujos corresponde aproximadamente al tiempo $T_{\text{tr}} = N_{\text{tr}}h$.

El clasificador aplica, en este orden, las pruebas de la tabla. Las desigualdades, ventanas y tolerancias son las del programa actual.

⁶Lectura complementaria para las formas no polinomiales: Sprott, *Strange Attractors* (1993), cap. 7, *Further Fascinating Functions: 7.1 Steps and Tents, 7.3 Roots and Powers, 7.4 Sines and Cosines, 7.5 Webs and Wreaths y 7.6 Swings and Springs*.

Cuadro 6: Filtros heurísticos aplicados a la trayectoria postransitoria.

Resultado	Condición exacta	Interpretación prudente
unknown	La cola está vacía.	No hay datos clasificables.
divergent	Existe un valor no finito o $\max_n \ \mathbf{x}_n\ _2 \geq R_{\text{div}}$.	Hubo cruce del umbral elegido; este estado registra el umbral numérico y requiere un análisis específico para el escape al infinito.
fixed_point	Tras eliminar filas no finitas, se toman hasta los últimos 32 estados y se exige $\max \ \mathbf{x}_n - \mathbf{x}_{\text{final}}\ _2 \leq 10^{-6}$. La prueba requiere al menos cuatro estados finitos.	Cola colapsada numéricamente cerca de un punto.
unknown	Quedan menos de 64 estados finitos.	Muestra insuficiente para los filtros restantes.
periodic_or_low_complexity	En la ventana de los últimos $\min(256, N)$ estados, $\max_j \text{std}(x_j) < 10^{-4}$.	Dispersión muy pequeña; puede ser periodicidad, convergencia lenta o escala pequeña.
periodic_or_low_complexity	Si la ventana tiene más de 16 estados, se redondea cada coordenada a cinco decimales y se exige $N_{\text{únicos}}/N_{\text{ventana}} < 0.2$.	Muchos estados redondeados repetidos; es una prueba de baja complejidad, no un cálculo riguroso del periodo.
candidate_chaotic	La cola es finita, no cruza los filtros anteriores y no colapsa.	Candidato acotado y no simple bajo esta muestra; requiere diagnósticos más fuertes.

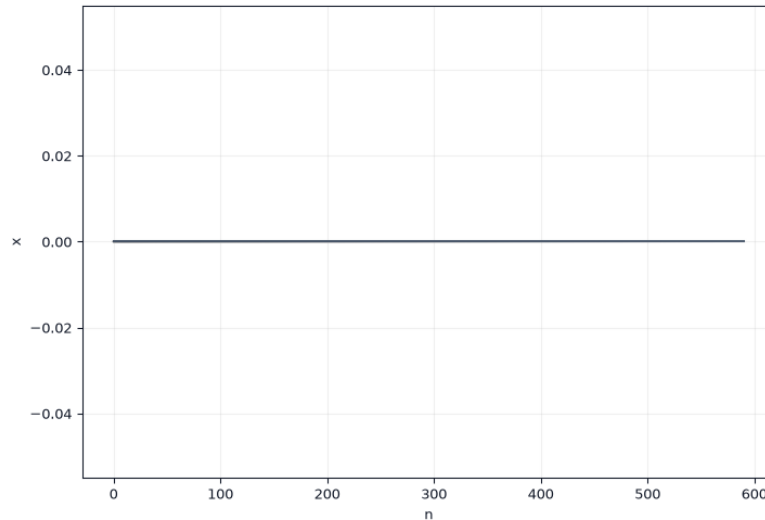


Figura 4: Control negativo AMMM: después del primer paso, la serie queda en $x_n = 0$. La línea horizontal es el comportamiento esperado y permite interpretar **fixed_point** como colapso numérico de la cola, no como un fallo del dibujo.

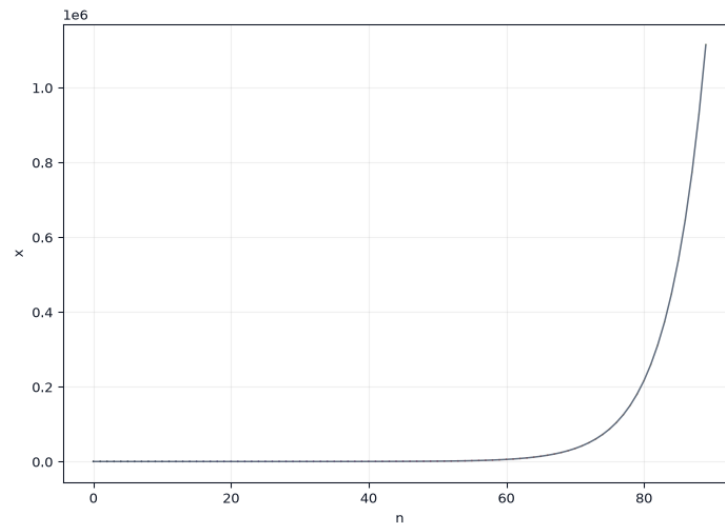


Figura 5: Control negativo **AMYM**: la escala vertical revela el crecimiento geométrico hasta cruzar el umbral. Observe que **divergent** registra ese cruce en una órbita finita; una ley asintótica de escape requiere una evaluación adicional.

Una consecuencia importante del orden de operaciones es que, si una simulación en Python se trunca antes de alcanzar N_{tr} , la cola puede quedar vacía y clasificarse como **unknown**, aun cuando el truncamiento ocurrió por un cruce temprano. Antes de aceptar un resultado revise también la longitud de la trayectoria completa, los valores no finitos y, si se usó el backend nativo, su estado de salida.

7.2 Cómo recorre códigos la búsqueda

La búsqueda inicializa RNG(semilla) una sola vez. Si hay un diccionario local **.DIC** cargado, ensaya primero las entradas visibles desde la fila actual, continuando circularmente, hasta el máximo de intentos. Cuando se agotan esas entradas genera códigos aleatorios de la familia elegida. El valor predeterminado de la interfaz es 24 intentos. Cada código se simula, descarta su transitorio y se clasifica antes de pasar al siguiente.

Los criterios visibles se interpretan actualmente así:

candidate_chaotic	acepta solamente ese estado,
acotado	acepta todo estado distinto de divergent ,
cualquier no divergente	acepta todo estado distinto de divergent .

Por tanto, los dos últimos criterios son operativamente idénticos en esta versión y ambos aceptan **unknown**. Además, el botón de búsqueda ejecuta el bucle de forma síncrona y la pausa pertenece a otro contrato de ejecución. Una coincidencia de criterio es una selección heurística, no una certificación de caos.

7.3 Estimador rápido del máximo exponente de Lyapunov

Para mapas y flujos polinomiales, el estimador de dos trayectorias parte de

$$\mathbf{x}_0 = (0.1, \dots, 0.1), \quad \mathbf{y}_0 = \mathbf{x}_0 + \varepsilon \mathbf{e}_1, \quad \varepsilon = 10^{-7}.$$

Ambas trayectorias avanzan con el mismo paso numérico. Cada $q = 5$ pasos calcula

$$d_k = \|\mathbf{y}_k - \mathbf{x}_k\|_2, \quad S \leftarrow S + \log \frac{d_k}{\varepsilon},$$

y renormaliza

$$\mathbf{y}_k \leftarrow \mathbf{x}_k + \varepsilon \frac{\mathbf{y}_k - \mathbf{x}_k}{d_k}.$$

Si m bloques completos fueron acumulados, devuelve

$$\hat{\lambda}_{\text{máx}} = \frac{S}{mq \Delta t}, \quad \Delta t = \begin{cases} 1, & \text{mapa,} \\ h, & \text{flujo.} \end{cases}$$

Así, la unidad es por iteración para mapas y por unidad de tiempo para flujos. Si la separación cae a 10^{-300} o menos, devuelve $-\infty$ con estado de colapso. Si aparece un valor no finito o alguna de las dos normas llega a 10^6 , devuelve un valor no disponible.

Limitaciones exactas del Lyapunov rápido

Este cálculo vuelve a comenzar desde $\mathbf{x}_0$ y no elimina el transitorio configurado en la simulación principal. En la tabla de intentos se ejecuta solamente para estados `candidate_chaotic` y usa 350 pasos, es decir, 70 renormalizaciones. Su umbral de divergencia es el valor propio 10^6 , aunque la simulación haya usado otro. Para familias especiales devuelve `not_available_special_family`, pues algunas dependen explícitamente de $n/N_{\text{máx}}$. Depende de horizonte, dirección inicial, h , integrador y precisión; un valor positivo finito apoya una hipótesis de sensibilidad, pero no prueba caos ni una clasificación global de la dinámica.

8 Variables y proyecciones de las gráficas

La visualización recibe primero los estados postransitorios finitos. Si exceden el máximo de puntos, conserva índices aproximadamente equiespaciados entre el primero y el último. El submuestreo sirve a la visualización; el análisis dinámico requiere la trayectoria completa.

Cuadro 7: Semántica de proyecciones, color y modos de dibujo.

Control	Cantidad representada
<code>x-y, x-z, y-z, x-w, y-w, z-w</code>	Dos componentes del estado en cada muestra. Una proyección puede ocultar cruces o estructura presentes en otra coordenada.
<code>n-x, n-y, n-z</code>	Índice local $n = 0, 1, \dots$ de la cola mostrada contra una componente. El índice absoluto anterior al transitorio y el tiempo físico de un flujo requieren sus convenciones de reconstrucción.
<code>3D x-y-z</code>	Las tres primeras coordenadas. En dimensión 4, w queda oculto y puede codificarse por color.
<code>esfera unitaria</code>	Cada vector no nulo (x, y, z) se divide entre su norma. Se conserva dirección y se pierde radio; los vectores nulos se omiten. El color se calcula con el estado original no normalizado.
<code>constante</code>	Todos los puntos usan un solo color.

Control	Cantidad representada
tiempo	$\text{linspace}(0, 1, N)$. Es progreso normalizado dentro de los puntos mostrados, no tiempo físico ni la variable auxiliar w .
x, y, z, w	Valor de la coordenada elegida. Si se pide una coordenada ausente, la implementación usa la última coordenada disponible; conviene no depender de ese ajuste silencioso.
radio	$r_n = \ \mathbf{x}_n\ _2$, usando el conjunto completo de componentes del estado, dos de la proyección.
velocidad	$\ \mathbf{x}_n - \mathbf{x}_{n-1}\ _2$, con cero en el primer punto. No divide entre h ; en un flujo es desplazamiento por muestra, no velocidad física.
bandas	Si el número de bandas es mayor que uno, normaliza el valor de color con su mínimo y máximo finitos y asigna $\lfloor \text{clip}(u, 0, 0.999999)B \rfloor$. Las bandas son una cuantización cromática, no regiones invariantes.
densidad	En 2D usa celdas hexagonales con tamaño de malla 170 y al menos un punto por celda. En 3D el modo se dibuja como nube de puntos, no como estimación volumétrica de densidad.

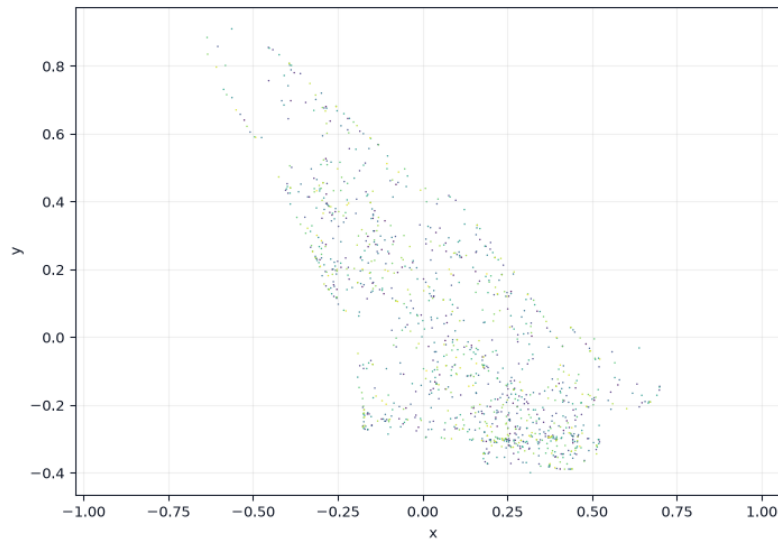


Figura 6: Representación intencionalmente rala de una órbita tridimensional proyectada en x - y . Los huecos y la textura irregular invitan a aumentar el número de muestras y reducir el tamaño de punto; intérpretelos con la malla y los criterios que distinguen vacíos invariantes y con componentes desconectadas del sistema.

La igualdad de aspecto preserva escalas geométricas comparables en los dos ejes; desactivarla puede estirar una estructura. El tamaño, alfa, fondo, paleta, líneas y puntos afectan legibilidad, no las órbitas calculadas.⁷

⁷Lectura complementaria: Sprott, *Strange Attractors* (1993), cap. 4, *Attractors of Depth*: 4.1 *Projections*, 4.2 *Shadows*, 4.3 *Bands* y 4.4 *Colors*; cap. 5, *The Fourth Dimension*, en especial 5.2 *Projections* y 5.3 *Other Display Techniques*.

9 Los diecinueve flujos clásicos Sprott A–S

Los nombres de esta sección pertenecen al catálogo de sistemas clásicos, no al alfabeto de familias del código compacto. Todos son flujos autónomos tridimensionales cuadráticos o de grado menor, sin parámetro ajustable en el registro actual, y usan por omisión $(x_0, y_0, z_0) = (0.1, 0.1, 0.1)$.

Para graficarlos directamente abra la pestaña *Atractor 3D*, elija *Sistema* → *Sprott A*, ..., *Sprott S*, integre y compare la vista 3D con *Retratos 2D*. La última columna sugiere una primera proyección y se complementa con la inspección de x - y , x - z y y - z . En el *Explorador Sprott* también pueden codificarse como familia **Q**, pues ésta representa flujos 3D cuadráticos; allí la **Q** es una clase algebraica y no el nombre clásico Sprott **Q**.

Cuadro 8: Catálogo separado de los flujos clásicos Sprott A–S implementados.

Nombre	Ecuaciones	Cómo comenzar a graficarlo
Sprott A	$\dot{x} = y, \quad \dot{y} = -x + yz, \quad \dot{z} = 1 - y^2.$	Selector <i>Sprott A</i> ; 3D y x - y .
Sprott B	$\dot{x} = yz, \quad \dot{y} = x - y, \quad \dot{z} = 1 - xy.$	Selector <i>Sprott B</i> ; 3D y x - z .
Sprott C	$\dot{x} = yz, \quad \dot{y} = x - y, \quad \dot{z} = 1 - x^2.$	Selector <i>Sprott C</i> ; 3D y x - y .
Sprott D	$\dot{x} = -y, \quad \dot{y} = x + z, \quad \dot{z} = xz + 3y^2.$	Selector <i>Sprott D</i> ; 3D y x - z .
Sprott E	$\dot{x} = yz, \quad \dot{y} = x^2 - y, \quad \dot{z} = 1 - 4x.$	Selector <i>Sprott E</i> ; 3D y x - y .
Sprott F	$\dot{x} = y + z, \quad \dot{y} = -x + 0.5y, \quad \dot{z} = x^2 - z.$	Selector <i>Sprott F</i> ; 3D y x - z .
Sprott G	$\dot{x} = 0.4x + z, \quad \dot{y} = xz - y, \quad \dot{z} = -x + y.$	Selector <i>Sprott G</i> ; 3D y x - y .
Sprott H	$\dot{x} = -y + z^2, \quad \dot{y} = x + 0.5y, \quad \dot{z} = x - z.$	Selector <i>Sprott H</i> ; 3D y y - z .
Sprott I	$\dot{x} = -0.2y, \quad \dot{y} = x + z, \quad \dot{z} = x + y^2 - z.$	Selector <i>Sprott I</i> ; 3D y x - z .
Sprott J	$\dot{x} = 2z, \quad \dot{y} = -2y + z, \quad \dot{z} = -x + y + y^2.$	Selector <i>Sprott J</i> ; 3D y y - z .
Sprott K	$\dot{x} = xy - z, \quad \dot{y} = x - y, \quad \dot{z} = x + 0.3z.$	Selector <i>Sprott K</i> ; 3D y x - y .
Sprott L	$\dot{x} = y + 3.9z, \quad \dot{y} = 0.9x^2 - y, \quad \dot{z} = 1 - x.$	Selector <i>Sprott L</i> ; 3D y x - z .
Sprott M	$\dot{x} = -z, \quad \dot{y} = -x^2 - y, \quad \dot{z} = 1.7 + 1.7x + y.$	Selector <i>Sprott M</i> ; 3D y x - y .
Sprott N	$\dot{x} = -2y, \quad \dot{y} = x + z^2, \quad \dot{z} = 1 + y - 2z.$	Selector <i>Sprott N</i> ; 3D y y - z .
Sprott O	$\dot{x} = y, \quad \dot{y} = x - z, \quad \dot{z} = x + xz + 2.7y.$	Selector <i>Sprott O</i> ; 3D y x - z .
Sprott P	$\dot{x} = 2.7y + z, \quad \dot{y} = -x + y^2, \quad \dot{z} = x + y.$	Selector <i>Sprott P</i> ; 3D y x - y .
Sprott Q	$\dot{x} = -z, \quad \dot{y} = x - y, \quad \dot{z} = 3.1x + y^2 + 0.5z.$	Selector <i>Sprott Q</i> ; 3D y y - z .
Sprott R	$\dot{x} = 0.9 - y, \quad \dot{y} = 0.4 + z, \quad \dot{z} = xy - z.$	Selector <i>Sprott R</i> ; 3D y x - y .
Sprott S	$\dot{x} = -x - 4y, \quad \dot{y} = x + z^2, \quad \dot{z} = 1 + x.$	Selector <i>Sprott S</i> ; 3D y x - z .

El Sprott B clásico dentro de la familia Q

Introduzca en el Explorador el código

QMMMMMMMMWMMWCMMMMMMMMWMMMMMMMMM.

La familia **Q** usa la base

$$\phi_{3,2} = (1, x, y, z, x^2, xy, xz, y^2, yz, z^2)^T.$$

Al separar los treinta coeficientes en tres filas de diez se recupera

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

es decir,

$$\dot{x} = yz, \quad \dot{y} = x - y, \quad \dot{z} = 1 - xy,$$

que coincide algebraicamente con el sistema clásico Sprott B de la tabla.

Use RK4, $h = 0.01$, $N = 30000$, transitorio 4000, umbral 10^9 y $\mathbf{x}_0 = (0.1, 0.1, 0.1)$. Compare la figura con la obtenida mediante *Atractor 3D* $\rightarrow$ *Sprott B*. La coincidencia de ecuaciones permite una verificación cruzada; las pequeñas diferencias numéricas deben estudiarse controlando integrador, paso, número de muestras y transitorio.

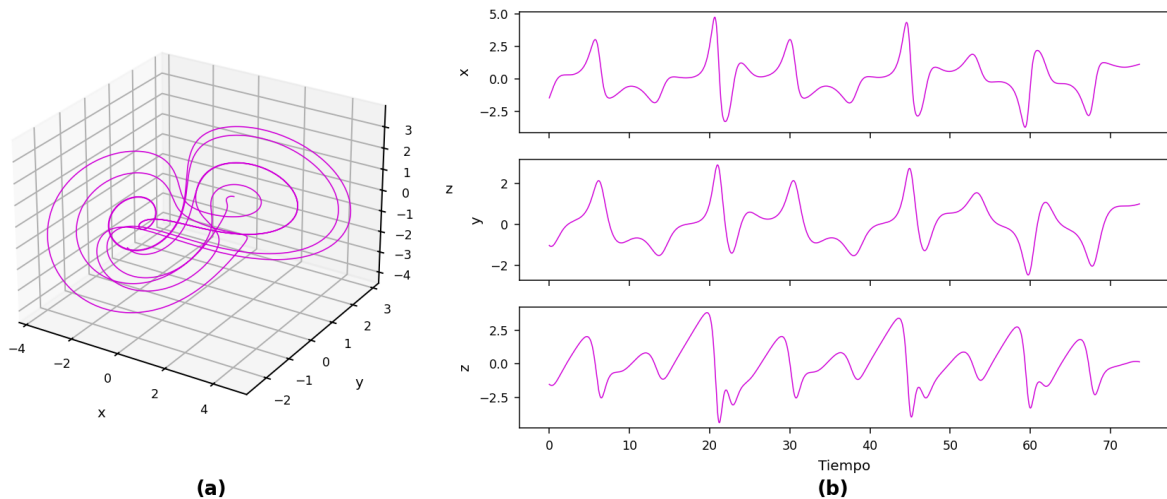


Figura 7: Lectura conjunta del sistema clásico Sprott B calculado con RK4. El panel (a) resume la geometría espacial y el panel (b) conserva el orden temporal de $x(t)$, $y(t)$ y $z(t)$. Observe que los retornos entre regiones del retrato se corresponden con excursiones de distinta amplitud en las tres componentes.

La conexión histórica y algebraica se desarrolla en estas lecturas.⁸

10 Prácticas con flujos, mapas y proyecciones 4D

La tabla reúne valores de entrada completos. El estado esperado es el rótulo heurístico del catálogo de ejemplos bajo esos parámetros; su interpretación se limita a una propiedad demostrada para toda condición inicial o toda precisión numérica.

⁸Lectura complementaria: Sprott, *Elegant Chaos: Algebraically Simple Chaotic Flows* (2010), cap. 3, *Autonomous Dissipative Systems*, sección 3.4.2 *Sprott Systems* y tabla 3.1. Para la transición de mapas a campos continuos, véase también Sprott, *Strange Attractors* (1993), cap. 6, *Fields and Flows*.

Cuadro 9: Ejemplos reproducibles incluidos en el Explorador.

Código	Sistema	Simulación	Visual inicial
AWMA	Mapa 1D $x^+ = 1 - 1.2x^2$.	$N = 1400$, transitorio 80, umbral 10^9 . Rótulo esperado: <code>periodic_or_low_complexity</code> .	n-x ; color tiempo ; línea y puntos.
EWMWAMMPMMMM	Mapa 2D $x^+ = 1 + y - 1.2x^2$, $y^+ = 0.3x$.	$N = 28000$, transitorio 1200, umbral 10^9 . Rótulo esperado: <code>candidate_chaotic</code> .	x-y ; puntos; color tiempo .
QMMMMMMWMMWCMMMM MMMMMMMMMMMM	Flujo 3D clásico Sprott B expresado en familia Q.	RK4, $h = 0.01$, $N = 30000$, transitorio 4000, umbral 10^9 . Rótulo esperado: <code>candidate_chaotic</code> .	3D x-y-z ; color z ; línea y puntos.
MSLMFPHPIEFTPJJLOJ NNTQQIINJUKJUUPPRM FIRIMELNKERJJIGJSG FLLMSU	Mapa cuadrático 4D de catálogo sintético.	$N = 52000$, transitorio 2600, umbral 10^9 . Rótulo esperado: <code>candidate_chaotic</code> .	x-y ; color w ; puntos.
AMMM	Mapa 1D $x^+ = 0$.	$N = 600$, transitorio 10, umbral 10^9 . Rótulo esperado: <code>fixed_point</code> .	n-x ; ejes y retícula.
AMYM	Mapa 1D $x^+ = 1.2x$.	$N = 420$, transitorio 0, umbral 10^6 . Rótulo esperado: <code>divergent</code> .	n-x ; ejes y retícula.

10.1 Código AWMA y trayectoria calculada

La familia A usa $(1, x, x^2)$. Los caracteres WMA dan $(1, 0, -1.2)$, de modo que

$$x_{n+1} = 1 - 1.2x_n^2, \quad x_0 = 0.1.$$

Los primeros valores son

$$x_1 = 0.988, \quad x_2 = -0.1713728, \quad x_3 \approx 0.96476.$$

La gráfica **n-x** permite observar el arranque y la repetición aproximada. Después cambie el transitorio de 0 a 80 y confirme que lo descartado es el segmento inicial, no una modificación de la recurrencia.

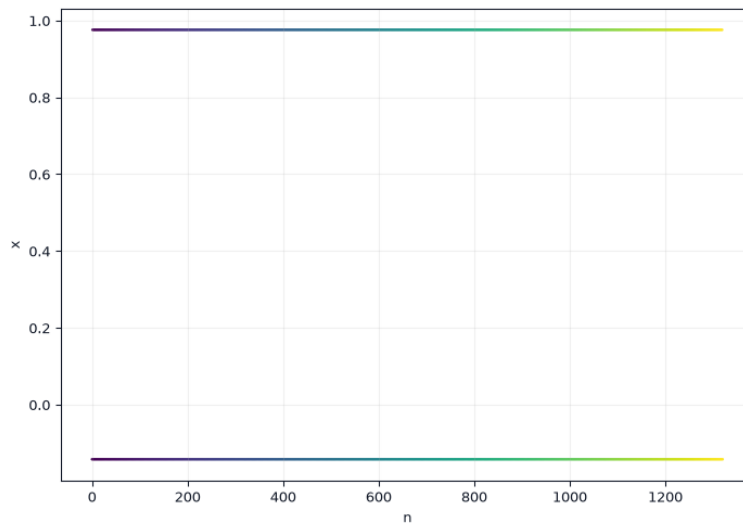


Figura 8: Serie reproducible del código **AWMA**. Lea primero el eje horizontal como índice de iteración: las dos hileras de puntos revelan la alternancia asintótica de período dos de una sola órbita. Cambiar el transitorio recorta su inicio, mientras la recurrencia y sus valores posibles permanecen definidos por la misma regla cuadrática.

10.2 Códigos AMMM y AMYM para validación algebraica

En **AMMM**, los tres coeficientes son cero:

$$x_1 = 0, \quad x_n = 0 \quad (n \geq 1).$$

Una figura reducida a una línea o un punto es aquí el resultado matemático correcto, no una falla del renderizador.

En **AMYM**, los coeficientes son $(0, 1.2, 0)$:

$$x_{n+1} = 1.2x_n, \quad x_n = 0.1(1.2)^n.$$

Con umbral 10^6 , $x_{88} \approx 9.2886 \times 10^5$ y $x_{89} \approx 1.1146 \times 10^6$. Por ello el cruce se predice antes de ejecutar el programa. Este ejemplo separa una divergencia real de la regla iterada de una inestabilidad creada por integrar un flujo con paso excesivo.

10.3 Mapa 4D: ecuaciones y proyección

Para

MSLMFPHPIEFTPJJLOJNNTQQIINJUKJUUPPRMFIRIMELNKERJJIGJSGFLLMSU,

la familia M usa los quince monomios cuadráticos 4D listados antes. Las cuatro filas decodificadas son

$$\begin{aligned}\mathbf{c}_x &= (0.6, -0.1, 0, -0.7, 0.3, -0.5, 0.3, -0.4, \\ &\quad -0.8, -0.7, 0.7, 0.3, -0.3, -0.3, -0.1), \\ \mathbf{c}_y &= (0.2, -0.3, 0.1, 0.1, 0.7, 0.4, 0.4, -0.4, \\ &\quad -0.4, 0.1, -0.3, 0.8, -0.2, -0.3, 0.8), \\ \mathbf{c}_z &= (0.8, 0.3, 0.3, 0.5, 0, -0.7, -0.4, 0.5, \\ &\quad -0.4, 0, -0.8, -0.1, 0.1, -0.2, -0.8), \\ \mathbf{c}_w &= (0.5, -0.3, -0.3, -0.4, -0.6, -0.3, 0.6, -0.6, \\ &\quad -0.7, -0.1, -0.1, 0.2, 0, 0.6, 0.8).\end{aligned}$$

Por tanto,

$$(x^+, y^+, z^+, w^+)^T = C \phi_{4,2}(x, y, z, w).$$

Esta forma matricial es más verificable que copiar cuatro polinomios largos: cada fila conserva exactamente el orden del código.

Una órbita 4D requiere varias vistas

Ejecute el código 4D con los parámetros de la tabla. Guarde primero x - y con color por w . Sin volver a simular, cambie a x - z con color por y , a z - w con color por radio y a esfera unitaria con color por w . Las cuatro imágenes provienen de los mismos datos y responden preguntas distintas. Repita con la mitad de puntos visibles: la estructura gruesa debería persistir, aunque cambien la densidad aparente y la saturación del color.

Comparar RK4 y Euler sin confundir horizonte y paso

Para el código del Sprott B clásico, conserve primero el experimento RK4 de la tabla. Después use Euler con $h = 0.005$, $N = 16000$, transitorio 2000 y umbral 10^9 ; grafique x - y con línea, ejes y retícula. Esta segunda corrida es el ejemplo comparativo incluido en el catálogo. Como los horizontes y transitorios físicos no coinciden con los de la corrida RK4, úsela para discutir el aspecto visual del método, no como una prueba aislada de convergencia. Para una comparación controlada, fije un mismo T y un mismo T_{tr} , y ajuste $N = T/h$.

11 Archivos de exportación y datos de reproducción

11.1 Campos exportados en JSON y CSV

El exportador JSON actual conserva el código, origen, archivo y línea de origen cuando existen, parámetros de simulación (N , N_{tr} , h , método, R_{div}), configuración visual, clasificación, notas, fecha y advertencia de atribución. Es una base útil, pero no incluye de forma automática:

$\mathbf{x}_0$, ecuaciones decodificadas, backend efectivo y estado nativo, vector de tiempos, rangos, medias y desviaciones, $\hat{\lambda}_{\text{máx}}$ y su estado, semilla y máximo de intentos de una búsqueda.

Por ello, la reconstrucción completa de la procedencia computacional requiere complementar el JSON con el registro de la simulación.

El CSV contiene solamente las filas finitas de la trayectoria postransitoria. Su cabecera es **n,x,y,z,w** hasta la dimensión disponible y escribe cada coordenada con 17 cifras significativas. La columna **n** se reinicia en cero después del transitorio y después de eliminar filas no finitas. En un flujo no exporta t . Cuando la trayectoria conserva todas sus filas intermedias, puede reconstruirse

$$t_n = (n + N_{\text{tr}})h;$$

si hubo filtrado, esa fórmula ya no identifica de manera segura el índice original. La imagen PNG, por su parte, registra el renderizado, no la trayectoria completa.

11.2 Registro manual de procedencia

Para que otra persona pueda repetir una figura, adjunte al JSON y al CSV una ficha con los siguientes campos:

1. versión o identificador del software y sistema operativo;
2. código limpio exacto, letra de familia, D , O , orden de monomios y ecuaciones o matriz C ;
3. condición inicial completa;
4. mapa o flujo; para flujo, integrador, h , N y horizonte T ;
5. transitorio en muestras y, para flujo, en tiempo físico;
6. umbral de divergencia y backend efectivo;
7. clasificación con sus tolerancias; estimación de Lyapunov con pasos, separación, intervalo de renormalización, estado y advertencias;
8. semilla, máximo de intentos y procedencia .DIC o aleatoria si hubo búsqueda;
9. proyección, color, bandas, máximo de puntos, modo de dibujo, paleta, alfa y resolución de exportación;
10. comprobación de robustez pertinente: otro h , otro integrador, más iteraciones, otro transitorio o condiciones iniciales cercanas.

Tres niveles de afirmación

Una cadena decodificada establece una ecuación. Una simulación reproducible establece lo observado en una órbita finita y bajo una discretización concreta. Una afirmación de caos, atractividad global o clasificación completa de cuencas exige evidencia adicional. El Explorador ayuda con los dos primeros niveles y con diagnósticos preliminares; el tercer nivel requiere su procedimiento de certificación.

Para profundizar en búsqueda, registro y dimensión, continúe con estas lecturas.⁹

12 Visualización de órbitas multidimensionales

Lectura complementaria¹⁰

⁹Lectura complementaria sobre búsqueda, registro y diccionarios: Sprott, *Strange Attractors* (1993), cap. 5, sección 5.6 *Search and Destroy*, y apéndice F, *Dictionaries*. Para sistemas de mayor dimensión: Sprott, *Elegant Chaos* (2010), cap. 6, *High-Dimensional Systems*.

¹⁰**Lectura complementaria.** Julien C. Sprott, *Strange Attractors: Creating Patterns in Chaos*, capítulos 3–5; Julien C. Sprott, *Elegant Chaos: Algebraically Simple Chaotic Flows*, secciones 1.1–1.15.

La órbita inicial suele contener el acercamiento desde la condición inicial hasta la región que interesa observar. Si se calculan N estados y se descartan N_T , la colección representada es

$$\mathcal{T}_{\text{post}} = \{x_{N_T}, x_{N_T+1}, \dots, x_N\}.$$

Descartar un transitorio reduce la contaminación visual del arranque y deja explícito que la garantía que se haya alcanzado un régimen asintótico. Un N_T demasiado pequeño mezcla el acercamiento con la dinámica posterior; uno excesivo puede ocultar transitorios largos que son relevantes para la investigación. Devaney y Strogatz insisten en distinguir la órbita observada de las propiedades globales del sistema [7, 8].

La visualización añade una segunda decisión: qué información conservar cuando $D > 2$. Sprott dedica capítulos completos a proyecciones, sombras, bandas, colores y a la cuarta dimensión porque ningún plano puede mostrar simultáneamente cuatro coordenadas [1]. En el Explorador, una proyección x - y puede acompañarse con color por z , w , tiempo, radio o velocidad. El color no recupera toda la geometría 4D, pero permite que una coordenada omitida siga siendo visible.

Laboratorio 3. Visualización de una órbita de cuatro dimensiones

La actividad genera el ejemplo sintético 4D de Chaos Toolbox, controla el transitorio y conserva información de w mediante color en una proyección x - y . Antes de dibujar, predice que el plano superpondrá puntos con valores distintos de w y que el color separará algunas regiones sin modificar la órbita. El código comienza con M: un mapa 4D de orden 2, con quince monomios por ecuación y sesenta coeficientes. Como cada color deriva de la cuarta coordenada, permite distinguir puntos cercanos en x - y cuyos valores de w difieren.

Para comprobar la predicción sin cambiar simultáneamente el modelo y el estilo, sigue esta secuencia:

1. Abre «Exploracion». Fija *Tipo*=map, *Dimension*=4, *Orden*=2, *Iteraciones/pasos*=52000, *Transitorio*=2600 y *Tolerancia divergencia*=1000000000.
2. En *Codigo*, pega MSLMFPHPIEFTPJJLOJNNTQQIINJUKJUUPPRMFIRIMELNKERJJIGJSGFLLMSU y pulsa «Simular y graficar».
3. En *Estilo visual*, selecciona el preset *Mapa 4D* y después ajusta *Proyeccion*= x - y , *Color por*= w , *Paleta*=Turbo, *Fondo*=blanco y *Modo dibujo*=puntos.
4. Para reproducir la captura de este manual, usa *Tamano punto*=0.62, *Opacidad*=0.84, *Max puntos*=60000, *Bandas*=0 y *DPI export*=320. Pulsa «Aplicar estilo».

La interfaz debe mostrar una nube 4D plegada y una variación cromática continua. La clasificación *candidate_chaotic* sólo indica una trayectoria finita, acotada y no colapsada bajo los filtros rápidos. La figura permite preguntar dónde cambia w , qué ramas se superponen y si otra proyección conserva mejor la estructura; Turbo codifica w , no una cuenca, una banda dinámica ni una clase de estabilidad.

La clasificación y la proyección describen una trayectoria calculada en $\mathbb{R}^4$. Para sostener una conclusión dinámica se requieren condiciones iniciales, longitudes, refinamientos y diagnósticos acordes con la aritmética finita empleada. Para separar estructura y estilo, compara los mismos datos con color por w , por tiempo, doce bandas de w y escala de grises; cambia a x - w y explica qué conclusión permanece y cuál era sólo un efecto de la representación.

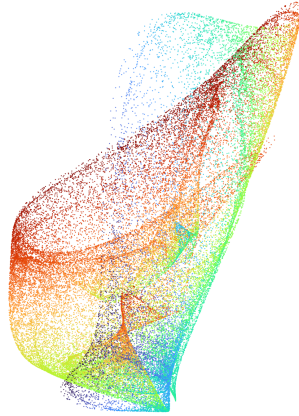


Figura 9: Resultado propio del ejemplo sintético: proyección x - y , color por w , paleta Turbo y fondo blanco. Observe que puntos próximos en el plano pueden recibir colores distintos: el gradiente conserva una pista de la coordenada omitida y requiere una leyenda que separe la coordenada codificada de tiempo, densidad y estabilidad.

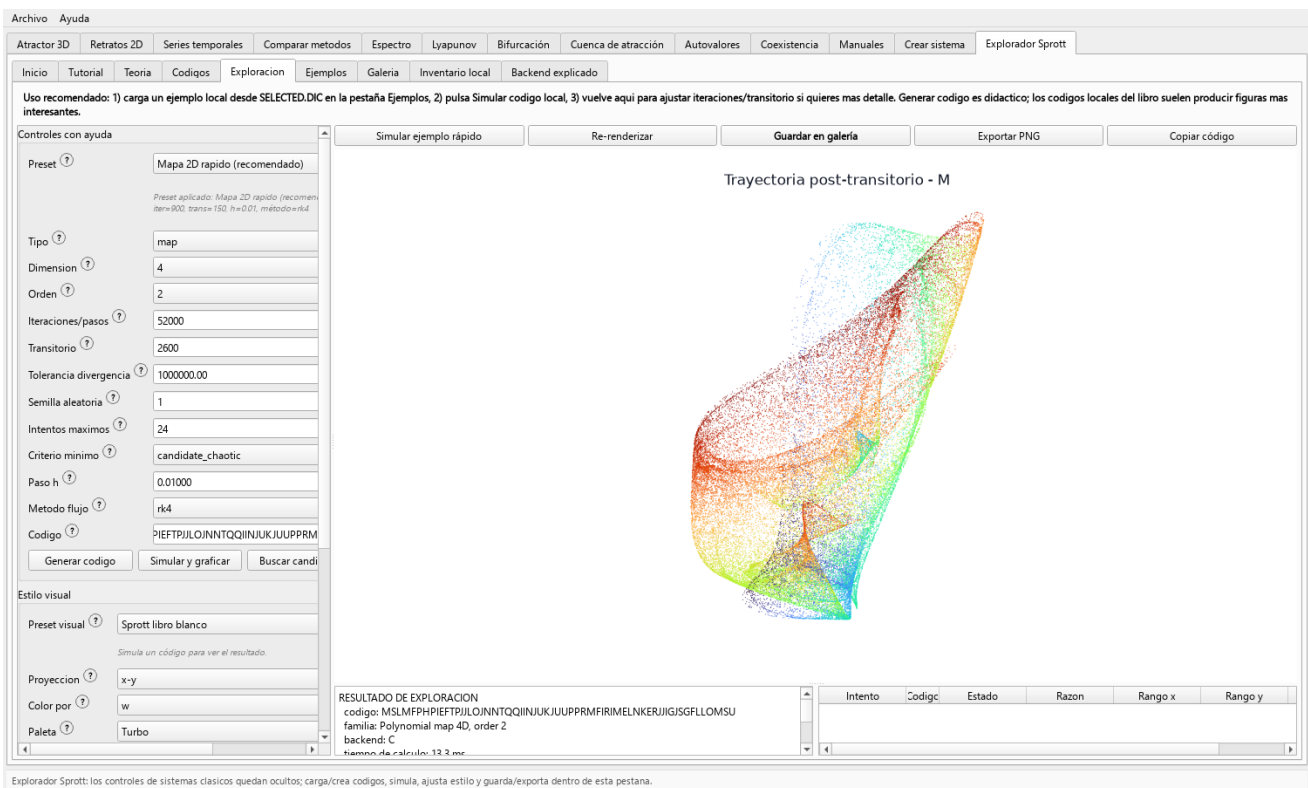


Figura 10: Configuración completa del ejemplo 4D en la pestaña *Exploración*. La captura fue producida con Chaos Toolbox; no procede del libro ni del software histórico de Sprott.

13 Archivos .DIC, búsqueda y sensibilidad

Lectura complementaria¹¹

El libro de Sprott no propone observar un único sistema, sino recorrer familias amplias de ecuaciones, descartar rápidamente las trayectorias inútiles y estudiar con mayor cuidado las que sobreviven. Sus capítulos sobre búsqueda en una y varias dimensiones, así como el apéndice de diccionarios, dan contexto a esa estrategia [1]. El Explorador moderniza el flujo, pero mantiene una separación legal y científica importante: los ejemplos sintéticos incluidos fueron creados para Chaos Toolbox; los archivos históricos .DIC sólo se leen desde el disco de la persona usuaria.

El sitio oficial publica el manuscrito y el directorio del material del libro en direcciones explícitas, útiles también cuando el manual se consulta impreso:

Manuscrito oficial	https://sprott.physics.wisc.edu/fractals/booktext/SABOOK.HTM
Material del libro	https://sprott.physics.wisc.edu/fractals/bookdisk/
Paquete comprimido	https://sprott.physics.wisc.edu/fractals/bookdisk/SADISK.ZIP
Galería oficial	https://sprott.physics.wisc.edu/FRACTALS.HTM

La página del material identifica BOOKFIGS.DIC, SELECTED.DIC, SPECIAL.DIC y SADISK.ZIP, además de indicar las condiciones de uso y atribución [3]. Conviene consultar allí los términos vigentes. Chaos Toolbox no descarga, ejecuta ni incorpora esos archivos automáticamente.

Un diccionario funciona como un índice de sistemas. La cadena conserva los coeficientes, mientras que la línea y el nombre del archivo conservan procedencia. Al seleccionar un .DIC, la interfaz construye un inventario con familia, dimensión, orden, métricas disponibles y estado de soporte, pero mantiene el archivo en su ubicación original. Una coincidencia visual con una figura del libro aporta una reproducción cualitativa; para transformarla en evidencia verificable también deben registrarse la línea, el contrato numérico y el estilo. El procedimiento completo se realizará en el Laboratorio 4, una vez presentados los filtros y la sensibilidad.

La búsqueda automática usa filtros escalonados. Una trayectoria no finita o que cruza el umbral se marca como divergente; una cola que colapsa dentro de la tolerancia se marca como punto fijo; una cola con poca dispersión o muchos estados repetidos después del redondeo se considera periódica o de baja complejidad. Sólo si supera esos filtros se etiqueta `candidate_chaotic`. Esta etiqueta significa “candidato acotado y sin colapso detectado”; expresa un resultado de filtrado que debe pasar a una etapa de diagnóstico de caos.

¹¹**Lectura complementaria.** Julien C. Sprott, *Strange Attractors: Creating Patterns in Chaos*, secciones 2.3–2.4 y apéndice F; Kathleen T. Alligood, Tim D. Sauer y James A. Yorke, *Chaos: An Introduction to Dynamical Systems*, secciones 3.1–3.5 y 5.2.

Cuadro 10: Lectura correcta de los estados de búsqueda rápida.

Estado	Evidencia que aporta	Evidencia adicional requerida
<code>divergent</code>	La trayectoria produjo valores no finitos o cruzó el umbral.	Que el sistema matemático diverja para todas las condiciones o que aumentar el umbral sea una corrección válida.
<code>fixed_point</code>	La cola numérica se concentró cerca de un estado.	Estabilidad global o unicidad del equilibrio.
<code>periodic_or_low_complexity</code>	La cola tuvo poca dispersión o muchas repeticiones redondeadas.	Periodo exacto, ausencia de transitorios largos o ausencia de caos en otra región.
<code>candidate_chaotic</code>	La muestra fue finita, acotada y no colapsó bajo los filtros.	Caos, existencia de atractor, dimensión fractal o robustez paramétrica.

La búsqueda eficiente separa descarte y confirmación. Con la misma familia, semilla y número de intentos, la generación sintética recorre la misma secuencia; un criterio más permisivo puede detenerla antes sin que eso vuelva más complejo al caso aceptado. Si se ha cargado un diccionario, la búsqueda comienza por los códigos locales visibles a partir de la fila seleccionada, por lo que también esa selección forma parte del experimento. Mientras queden códigos locales dentro del límite de intentos, la familia, la dimensión, el orden y la semilla aleatoria organizan el experimento, mientras esas cadenas sólo gobiernan los intentos aleatorios posteriores. Por ello, una comparación de semillas exige retirar primero el archivo local o comenzar una sesión sin `.DIC`. Detenerse en el primer superviviente introduce un sesgo útil para ahorrar cálculo, pero obliga a conservar los rechazos y a someter el candidato a pruebas más largas.

La sensibilidad a las condiciones iniciales se estudia siguiendo dos trayectorias cercanas. Si su separación inicial es δ_0 , una estimación con renormalizaciones periódicas adopta la forma

$$\hat{\lambda}_{\text{máx}} = \frac{1}{T} \sum_{j=1}^r \ln \left(\frac{\|\delta_j\|}{\delta_0} \right).$$

Para mapas, T se mide en iteraciones; para flujos, en tiempo físico. Sprott presenta la idea en base 2, como pérdida de información en bits por iteración [1]; el estimador del Explorador usa logaritmo natural, de modo que $\lambda_{\text{bits}} = \lambda_{\text{nat}} / \ln 2$. Un valor positivo sostenido es evidencia de separación exponencial media, pero su signo puede depender del transitorio, la ventana, el paso, el método y la escala de perturbación.

En la implementación actual, ese diagnóstico evoluciona dos estados separados por 10^{-7} , renormaliza la perturbación cada cinco pasos y usa una ventana rápida de 350 pasos en la tabla de búsqueda. Devuelve un solo exponente máximo aproximado: por iteración en mapas y por unidad de tiempo en flujos. En esta versión, el cálculo rápido sólo se ejecuta para las familias polinomiales A–X de tipo mapa o flujo; ninguna familia especial usa este estimador. Por ello, la columna de Lyapunov debe leerse junto con el código, el estado del filtro, su razón y los rangos de la trayectoria. Un valor positivo que se mantiene al ampliar la ventana y, para un flujo, al reducir h , apoya la hipótesis de sensibilidad; el espectro completo, la incertidumbre y la pertenencia de la órbita a un atractor requieren un estudio ampliado. El laboratorio final reúne esta lectura prudente con la carga de archivos, la búsqueda y la exportación, de modo que el número nunca quede separado del experimento que lo generó.

14 Registro y exportación de resultados

Lectura complementaria¹²

La última etapa conserva el camino que produjo la figura. Una imagen aislada omite el código, el transitorio, la longitud, el umbral y las decisiones de estilo. El Explorador permite exportar la figura, los datos y los metadatos por separado; juntos forman una unidad mínima de reproducción. La atribución cumple otra función: distingue la reimplementación contemporánea, el cálculo propio y la fuente histórica que inspiró la gramática.

Cuadro 11: Registro mínimo recomendado para una figura del Explorador.

Modelo	Código completo, familia, dimensión, orden y ecuaciones reconstruidas.
Simulación	Condición inicial, iteraciones o pasos, transitorio, h y método para flujos, umbral de divergencia y estado del cálculo.
Visualización	Proyección, variable de color, paleta, fondo, modo, tamaño, opacidad, máximo de puntos y bandas.
Procedencia	Ejemplo sintético o archivo .DIC local; para este último, nombre del archivo y línea.
Diagnóstico	Clasificación, razón, rangos y estimación de Lyapunov con unidades y advertencias.
Archivos	Imagen, CSV, JSON y una nota que relacione sus nombres o identificadores.

Laboratorio 4. Archivos .DIC, búsqueda y exportación

El recorrido final integra cuatro operaciones que sólo adquieren sentido cuando se documentan juntas: leer un diccionario descargado por la persona usuaria, buscar candidatos, examinar una estimación rápida de sensibilidad y exportar un resultado que otra persona pueda revisar. Antes de empezar, predice qué aportará cada capa. El archivo .DIC debe producir un inventario, no una certificación; la búsqueda debe aceptar el primer caso que satisfaga el criterio; y la imagen, el CSV y el JSON deben conservar aspectos distintos del experimento. El diccionario aporta procedencia, los filtros reducen una familia amplia a casos que merecen más cálculo y Lyapunov plantea una pregunta sobre sensibilidad. La reproducibilidad vuelve a unir esas decisiones con los datos y la transformación visual, pues la atribución de un patrón a la órbita requiere contrastar la representación.

La secuencia distingue deliberadamente la búsqueda sobre códigos locales de la generación aleatoria:

1. Consulta <https://sprott.physics.wisc.edu/fractals/bookdisk/> y descarga por tu cuenta uno de los diccionarios indicados allí. Si eliges SADISK.ZIP, extrae únicamente el .DIC que vas a estudiar; el Explorador no necesita ejecutar los programas históricos del paquete.
2. En «Ejemplos», pulsa «Elegir .DIC» y después «Cargar codigos». Activa *solo simulables*, elige una fila y pulsa «Simular codigo local seleccionado» o «Simular con estilo recomendado». Conserva el nombre del archivo y el número de línea. Para reconstruir las ecuaciones, copia el código de la fila, abre «Codigos», pégalo en *Codigo tipo Sprott* y pulsa «Decodificar». El modo de lectura del libro puede sugerir un estilo; la inspección y el contrato numérico completan el procedimiento.

¹²**Lectura complementaria.** Robert C. Hilborn, *Chaos and Nonlinear Dynamics: An Introduction for Scientists and Engineers*, capítulos 9–10; Julien C. Sprott, *Strange Attractors: Creating Patterns in Chaos*, apéndices E–F.

3. Con el .DIC todavía cargado, ve a «*Exploracion*», fija *Iteraciones/pasos*=8000, *Transitorio*=1000, *Intentos maximos*=24 y *Criterio minimo*=*candidate_chaotic*; luego pulsa «*Buscar candidato*». La tabla recorrerá primero los códigos locales visibles a partir de la fila seleccionada. Lee código, estado, razón, rangos y Lyapunov de cada intento; en esta fase la familia, la dimensión, el orden y la semilla aleatoria no gobiernan las cadenas locales.
4. Separa ahora el experimento aleatorio. En «*Ejemplos*», borra el contenido del campo de ruta del .DIC y pulsa «*Cargar codigos*»; confirma que el estado indique que no hay archivo cargado. Como alternativa, inicia una sesión nueva sin abrir ningún .DIC. Regresa a «*Exploracion*», configura un mapa polinomial 2D de orden 2, semilla 7, 24 intentos y criterio *candidate_chaotic*, y pulsa «*Buscar candidato*». Repite con la misma semilla y un criterio permisivo; compara en qué intento se detiene cada búsqueda en vez de suponer que ambas eligieron el mismo caso.
5. Sin volver a cargar un diccionario, configura un flujo polinomial 3D de orden 2 con semilla 11, 24 intentos, criterio *candidate_chaotic*, $h = 0.01$ y RK4. Busca un candidato y conserva su código, estado, razón, rangos y Lyapunov. Repite con $h = 0.005$; si aparece el mismo código, compara el estimador. Una variación grande exige una ventana mayor y un estudio de convergencia.
6. Selecciona el resultado que documentarás; también puedes volver al ejemplo 4D del Laboratorio 3. Pulsa «*Exportar imagen actual*», «*Exportar datos CSV*» y «*Exportar metadatos JSON*», usando un mismo prefijo. Pulsa «*Copiar codigo*» y comprueba que coincide con el JSON; luego pulsa «*Copiar cita*». Si usas «*Guardar en galería*», escribe una nota que formule la pregunta investigada junto con las propiedades visibles de la imagen.
7. Abre el CSV y el JSON fuera de la interfaz. Comprueba el número de columnas, el código, el transitorio, la proyección y la variable de color. Si el origen fue un diccionario local, cita su página oficial y no redistribuyas el archivo sin revisar sus términos.

El recorrido debe producir un inventario legible, una búsqueda local cuya procedencia sea visible, otra búsqueda realmente gobernada por la semilla, una comparación breve de sensibilidad y, al final, una figura, una trayectoria y los parámetros necesarios para reconstruir el render. Un texto de atribución apropiado puede ser: “Figura generada con Chaos Toolbox, módulo Explorador Sprott, reimplementación educativa independiente inspirada en Sprott (1993); código MSLMFPHPIEFTPJJLO JNNTQIINJUKJUUPPRMFIRIMELNKERJJIGJSGFLLOMSU, 52000 iteraciones y 2600 de transitorio.”

Los filtros reducen el espacio de búsqueda y requieren diagnósticos adicionales para convertir una trayectoria en una prueba. Una estimación positiva y repetible refuerza la hipótesis de sensibilidad, mientras que una exportación bien documentada transforma la imagen en un objeto discutible: otra persona puede cambiar la proyección, ampliar la ventana o refutar una interpretación sin adivinar cómo se produjo.

El alcance sigue siendo limitado: el analizador sólo acepta la gramática implementada, detenerse en el primer superviviente sesga la selección, el diagnóstico rápido aporta un estimador de Lyapunov y la exactitud entre versiones, plataformas o bibliotecas numéricas requiere una validación específica. Si el código procede de un .DIC local, adjuntes el diccionario histórico salvo que sus términos y la finalidad concreta lo permitan. Como extensión, repite la búsqueda aleatoria con tres semillas, conserva los rechazos y estudia los candidatos con ventanas mayores. Redacta dos pies para la misma figura: uno didáctico que explique el color y otro de investigación que añada contrato numérico, procedencia y límite de la evidencia; ambos deben terminar con una pregunta que la figura ayude a investigar.

El respaldo de este recorrido procede de dos capas complementarias. En *Strange Attractors: Creating*

Patterns in Chaos se consultaron iteración y sensibilidad, búsqueda, mapas polinomiales, proyecciones, color, cuarta dimensión, flujos y los apéndices de ecuaciones y diccionarios; en Devaney, órbita, periodicidad, bifurcación y dinámica discreta; y en Strogatz, flujos, estabilidad, espacio de fases y caos [1, 7, 8]. Estas fuentes respaldan los conceptos, no los detalles de la interfaz.

Los controles descritos, la gramática implementada, el orden de monomios, el conteo de coeficientes, los filtros y el estimador rápido se verificaron contra el código local actual de Chaos Toolbox. Las direcciones del manuscrito, el directorio `bookdisk`, los nombres de los diccionarios y las condiciones de atribución se comprobaron en las páginas oficiales de J. C. Sprott de la University of Wisconsin–Madison [2, 3, 4]. La redacción presenta figuras ni fragmentos extensos de los libros; las figuras 9 y 10 son resultados propios del software.

Referencias

- [1] J. C. Sprott, *Strange Attractors: Creating Patterns in Chaos*, M&T Books, 1993.
- [2] J. C. Sprott, *Strange Attractors: Creating Patterns in Chaos*, manuscrito oficial en línea, University of Wisconsin–Madison. <https://sprott.physics.wisc.edu/fractals/booktext/SABOOK.HTM>.
- [3] J. C. Sprott, *Fractal Programs from the Book Strange Attractors*, directorio oficial del material del libro, University of Wisconsin–Madison. <https://sprott.physics.wisc.edu/fractals/bookdisk/>.
- [4] J. C. Sprott, *Sprott's Fractal Gallery*, University of Wisconsin–Madison. <https://sprott.physics.wisc.edu/FRACTALS.HTM>.
- [5] J. C. Sprott, “Some simple chaotic flows,” *Physical Review E*, vol. 50, no. 2, pp. R647–R650, 1994. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.50.R647>.
- [6] J. C. Sprott, *Elegant Chaos: Algebraically Simple Chaotic Flows*, World Scientific, Singapore, 2010.
- [7] R. L. Devaney, *An Introduction to Chaotic Dynamical Systems*, 3rd ed., CRC Press, 2022. <https://doi.org/10.1201/9780429280801>.
- [8] S. H. Strogatz, *Nonlinear Dynamics and Chaos: With Applications to Physics, Biology, Chemistry, and Engineering*, 2nd ed., CRC Press, 2018; first published by Westview Press, 2015.

Criterio final de interpretación

El Explorador cumple su propósito cuando el código deja de ser una cadena opaca y la figura deja de ser un fin en sí misma. La pregunta que debe acompañar cada nueva imagen es doble: ¿qué propiedad del modelo explica lo que veo y qué cálculo adicional necesito para sostener esa interpretación?